

Księżyc na wyciągnięcie ręki

- czyli wyznaczenie odległości oraz pomiary struktur na Srebrnym Globie.

„ Celuj w księżyc, bo nawet jeśli nie trafisz, będziesz między gwiazdami ”
Patrick Süskind

1 Przedmiot mojej pracy

1.1 Księżyc to najbliższe ciało niebieskie Ziemi, a zarazem jego jedyny naturalny satelita (pomijając istnienie Księżyców Kordylewskiego). Od zarania dziejów Srebrny Glob i zjawiska z nim związane pasjonują ludzkość przede wszystkim zaćmienia i lunacja a późniejszym czasie pierwszych obliczeń astronomicznych Arystarcha i Hipparcha. Już Gracki filozof Anaksagoras wysnuł przypuszczenie że Księżyc to skaliste ciało odbijające światło podające ze Słońca, kilkanaście lat później Demokryt stwierdził że ciemne i jasne obszary na Księżycu to naturalne twory: góry i doliny. Dwieście lat po błyskotliwym odkryciu Demokryta Plutarch doszedł do wniosku że Księżyc posiada nieregularną powierzchnię która w zróżnicowany sposób odbija światło, oraz że nasz naturalny satelita jest zawsze zwrócony do nas tą samą stroną. Niestety filozofia Arystotelesa skutecznie zatrzymała rozwój nauki, na ponad tysiąc lat. Dopiero na początku XVII wieku włoski uczony Galileusz spoglądając przez lunetę swojego rzemiosła ujrzał dokładną strukturę Księżyca i jest to początek Księżycowej kartografii. Dzięki niedalekiej odległości, rozmiarów Ziemi i jej satelicie mówi się jako o układzie podwójnym. Księżyc jest piątym satelitą naturalnym pod względem wielkości w Układzie Słonecznym. Ma średnicę tylko 4 razy mniejsza niż Ziemi, więc często możemy usłyszeć o układzie podwójnym Ziemia-Księżyc. Ruch Księżyca po sferze niebieskiej był od zawsze przedmiotem rozmyślań i badań naukowców. Siła grawitacyjna Ziemi wywołuje tzw. Synchroniczną rotację Księżyca co skutkuje że jest widoczna tylko połowa Księżyca (dzięki libracji ok. 59%). Srebrny glob był świadkiem największych sukcesów ludzi, to m.in. on był motywacją USA i ZSRR do rozwoju astronautyki, mówi się o tzw. Zimnej wojnie w kosmosie.

Dzięki ruchowi orbitalnemu Księżyca, czyli przemieszczaniu się jego tarczy na tle gwiazd będę w stanie obliczyć odległość Ziemia-Księżyc. Księżyc na niebie w ciągu doby w stosunku do gwiazd przesuwają się o ponad 12 stopni. Oznaczenia przedstawione tutaj będę używał w mojej pracy. Kąt α będzie oznaczał przesunięcie się Księżyca na tle gwiazd w czasie Δt , dzieli się na składowe: związaną z ruchem orbitalnym Księżyca $\omega_K \Delta t$ (ω -chwilowa orbitalna prędkość Księżyca), oraz z przesunięciem obserwatora o kąt π związanym z ruchem Ziemi wokół własnej osi.

1.2 Wyznaczane wielkości:

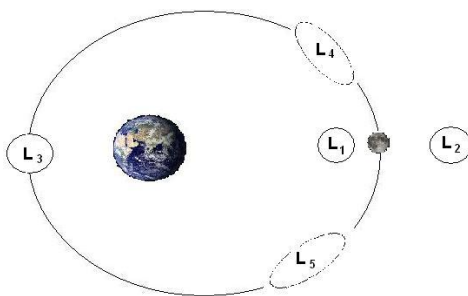
- 1) Odległość do Księżyca oraz jego promień:
 - Czas górowania Księżyca t_g
 - Rzeczywista prędkość kątowna Księżyca w danym okresie czasu ω_K , długość miesiąca syderycznego (gwiazdowego) T
 - Odległość Ziemia-Księżyc r
 - Promień kątowny tarczy Księżyca κ , promień Księżyca R
- 2) Wysokość struktur na powierzchni Księżyca:
 - Kątowa odległość wzniesienia od terminatora ς oraz kątowa wielkość cienia ε
 - Wysokość ścian krateru
 - Promień krateru

1.3 Przyrządy użyte do obserwacji oraz pomiarów

- Teleskop GSO 12" (okulary: 32mm/70*, 25mm/58*, oraz filtr polaryzacyjny)
- Stoper
- Obciążony sznurek (do określenia dokładnego czasu górowania), nitka na okularze do określenia dokładnego przejścia krawędzi tarczy Księżyca (do oszacowania Δt)
- Aparat Olympus SP560-UZ
- Komórka zaopatrzona w aparat 5 Mpx

1.4 Rozważania teoretyczne. Księżyce Kordylewskiego

Księżyce Kordylewskiego to zamglone (obłoki pyłu) znajdujące się 60* na wschód i zachód od Księżyca na jego orbicie, w dwóch z pięciu punktów Lagrange'a (libracji) L_4 i L_5 .



Punkty libracji to punkty w układzie dwóch ciał związanych ze sobą grawitacyjnie, w których jeżeli umieścimy ciało o masie pomijalnej do układu, pozostanie ono w bezruchu, spoczynku. Analogiczną sytuację mamy w bardziej znanym układzie tego samego typu: Słońce-Jowisz i tzw. planetoidy trojańskie: L_4 - Grecy, L_5 - Trojańczycy. Poświatę przysyłającą gwiazdy znajdujące się na nią szacuje się na wielkość kątową równą około 6° . Z kolei jasność na 6,7 mag, lecz ze względu na bardzo małą jasność powierzchniową obiekt ten jest bardzo trudny do obserwacji. Niektórzy naukowcy uważają że Księżyce Kordylewskiego, Pyłowe Księżyce Ziemi których sam odkrywca chciał aby nosiły nazwę Księżyców Polskich są zjawiskiem przejściowym, że punkty libracji L_4 i L_5 nie są stabilne ze względu na oddziaływanie grawitacyjne planet wewnętrznych.

2 Metoda pracy przy wyznaczaniu odległości do Księżyca

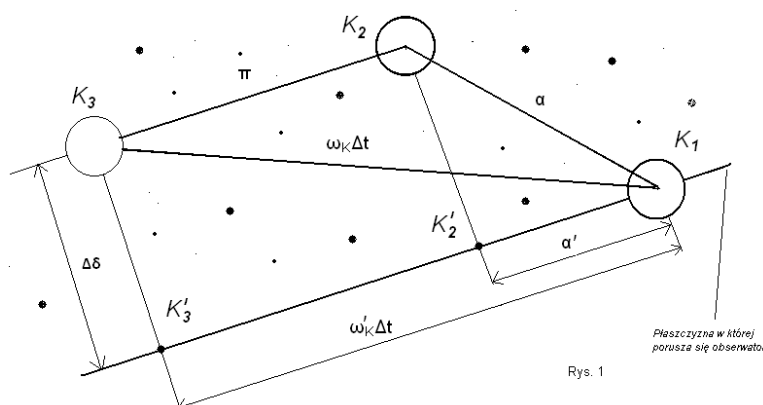
2.1 Odległość Ziemia Księżyc przy symetrycznym odstępie czasowym od t_g :

Dokonyje dokładnej rejestracji pozycji Księżyca na tle gwiazd (t_1, O_1, K_1) oraz (t_2, O_2, K_2). Wykonuję dwa pomiary czasu obserwacji t_1, t_2 które są symetryczne do momentu górowania Księżyca t_g . Górowanie, inaczej nazywane kulminacja górną to moment w którym ciało niebieskie znajduje się w największej wysokości nad horyzontem, gdy jest na południku niebieskim (Jest to koło wielkie na nieboskłonie przechodzące przez zenit, nadir i bieguny świata). W tym celu wyznaczyłem dokładny południk lokalny. Czas górowania obliczyłem dokonując rejestracji czasów t_{g1} i t_{g2} , wyliczając niepewność tego zjawiska

$$t_g = (t_{g1} + t_{g2})/2 \text{ oraz błędu danej wartości } \Delta t_g = |t_{g1} - t_{g2}|/2.$$

- 19.12.2012. $t_{g1} = 17:12:30$
- 20.12.2012. $t_{g2} = 17:57:26$
- $t_g = 17:04:58 \pm 22:28 \text{ min}$

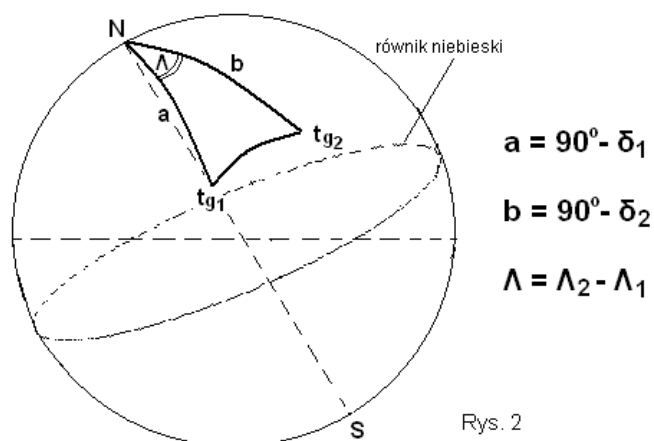
Gdy będzie spełniony warunek $t_g - t_1 = t_2 - t_g$ to przesunięcie obserwatora D w czasie dwóch obserwacji będzie prostopadłe do kierunku Księżyca w kulminacji górnej. Tak jak na rys. 1.



K_1 i K_2 oznaczają położenie Księżyca na tle gwiazd w momentach t_1 i t_2 . K_3 to położenie Księżyca przy założeniu że obserwator się nie porusza. α czyli kąt przesunięcia Księżyca na tle gwiazd można rozłożyć na dwie składowe (o czym już wspominałem wcześniej): kąt przesunięcia obserwatora równoległy do płaszczyzny jego ruchu π , oraz kąt $\omega_K(t_2 - t_1) = \omega_K \Delta t$ czyli przesunięcie spowodowane ruchem orbitalnym. Proponowane wyznaczenie odległości do Księżyca polega na wyodrębnieniu kąta π z kąta α .

Punkty wyznaczone na rysunku 1 tworzą dwa trójkąty sferyczne: K_1, K'_3, K_3 oraz K_1, K'_2, K_2 o wyznaczonych na rysunku bokach. Moje obserwacje wykonałem ok. 0,5h przed i po górowaniu Księżyca. Różnica 1 h między dwiema obserwacjami powoduje, iż kąt α oraz $\Delta \delta$ będą bardzo małe a kąt $\omega_K \Delta t$ oznaczający prędkość orbitalną księżycą też będzie niewielki. Przyczyną jest wartość rzeczywistej prędkości orbitalnej która zmienia się z powodu eliptycznej orbity Księżyca, widzimy również zmianę wielkości katowej tarczy, więc według II prawa Keplera orbitalna prędkość katowa musi być zmienna.

Aby wyznaczyć tę wartość wystarczy dokonać dwukrotnej rejestracji Księżyca na tle gwiazd podczas jego górowania. Czasy t_{g1} i t_{g2} to czasy górowania Księżyca pierwszego i następnego dnia, przesunięcie spowodowane jest wyłącznie ruchem orbitalnym Księżyca ponieważ podczas kulminacji górnej pozycja obserwatora względem prostej Ziemia Księżyc jest niezmienna. Tworzymy trójkąt sferyczny o wierzchołkach $(\Lambda_1; \delta_1)$, $(\Lambda_2; \delta_2)$ oraz N (północny biegun niebieski):



Zgodnie z sferycznym prawem cosinusów można zapisać odpowiednią zależność dla rysunku2:

$\cos \Lambda = \cos(90^\circ - \delta_1) \cos(90^\circ - \delta_2) + \sin(90^\circ - \delta_1) \sin(90^\circ - \delta_2) \cos(\Lambda_2 - \Lambda_1)$
ostatecznie:

$$\cos \Lambda = \sin \delta_1 \sin \delta_2 + \cos \delta_1 \cos \delta_2 \cos(\Lambda_2 - \Lambda_1)$$

Wiemy że czas między obserwacjami wynosi $t_{g2} - t_{g1}$, więc ostateczny wzór na prędkość orbitalną Księżyca to:

$$\omega_K = \frac{\Lambda}{t_{g2} - t_{g1}},$$

$$\Lambda = 13,45^\circ,$$

$$t_{g2} - t_{g1} = 24\text{h } 45\text{min.}$$

$$\omega_K = 0,54^\circ/\text{h.}$$

Znając wartość prędkości orbitalnej Księżyca ω_K możemy oszacować długość miesiąca syderecznego (gwiazdowego) T, więc:

$$\omega_K = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega_K}$$

$$T = 27,7 \text{ doby}$$

Wracając do rys.1 jeżeli wartości wszystkich kątów, boków tworzących trójkąt sferyczny są niewielkie, to możemy przyjąć że taka figura jest płaska, więc będziemy rozważać zależności na trójkątach płaskich (tw. Pitagorasa).

Na podstawie rysunku 1 można oszacować wartość π :

$$\pi = \omega'_K \Delta t - \alpha'$$

$$\pi = \sqrt{(\omega_K \Delta t)^2 - (\Delta \delta)^2} - \sqrt{\alpha^2 - (\Delta \delta)^2}$$

Obserwacje zostały wykonane w czasach symetryczny so górowania Księżyca, więc odcinek łączący obserwatora w czasie pierwszej obserwacji t_1 i drugiej t_2 jest prostopadły do kierunku wskazującego moment górowania Księżyca. Więc prawdziwa będzie zależność:

$$r = \frac{d}{\pi}$$

r – odległość Ziemia-Księżyc.

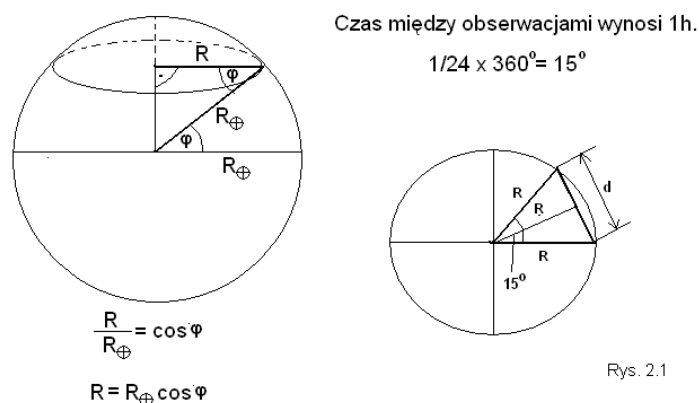
d – odcinek łączący obserwatora w czasie dwóch obserwacji w czasie t_1 i t_2 .

π – kąt oznaczający przemieszczenie obserwatora zależne od ruchu obrotowego Ziemi.

Wzór ostateczny:

$$r = \frac{d}{\sqrt{(\omega_K \Delta t)^2 - (\Delta \delta)^2} - \sqrt{\alpha^2 - (\Delta \delta)^2}}$$

W równaniu powyżej mamy dwie niewiadome, r które jest naszym celem ostatecznym oraz d które mogą w prosty sposób wyznaczyć. Znajdując się na szerokości geograficznej dla Ulkowa (54.19°N;18.65°E), promień który tworzy mój lokalny równoleżnik jest mniejszy promienia Ziemskiego $R_\oplus = 6378$ km. Lepiej zilustruje to mój rys. 2.1:



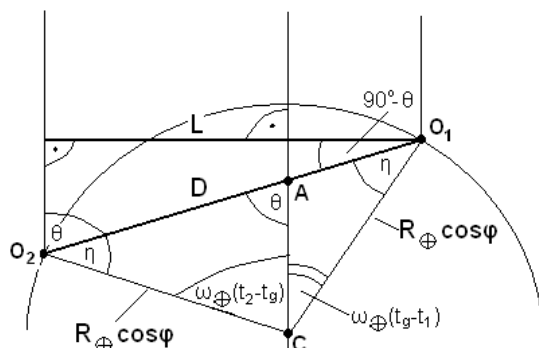
$$d = 2R_\oplus \cos \varphi \tan 7,5^\circ$$

$$d = 987,64 \text{ km}$$

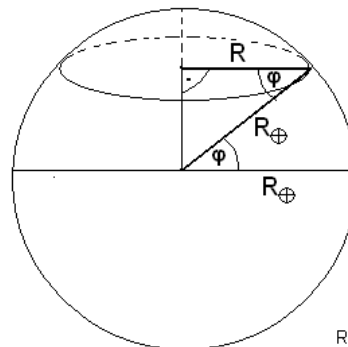
$$r = \frac{987,64 \text{ km}}{2,46 \times 10^{-3}} = 401\,480 \text{ km}$$

2.2 Wyznaczenie odległości Ziemia Księżyc dla dowolnych ostępów czasowych od t_g

Istnieje przypadek, gdy przesunięcie w czasie od górowania Księżyca nie występuje w równych odstępach czasu $t_g - t_1 \neq t_2 - t_g$. Więc przesunięcie obserwatora nie będzie prostopadłe do kierunku Ziemia-Księżyc. Sytuację tą pozwoli przybliżyć rys. 3 i rys.4:



Rys. 3



Rys. 4

Z twierdzenia sinusów wiemy że:

$$\frac{D}{\sin\left[\frac{1}{2}\omega_{\oplus}(t_2 - t_1)\right]} = 2R_{\oplus} \cos \varphi \Rightarrow D = 2R_{\oplus} \cos \varphi \sin\left[\frac{1}{2}\omega_{\oplus}(t_2 - t_1)\right]$$

$\omega_{\oplus}$ – prędkość kątowna obrotu Ziemi wokół własnej osi.

$R_{\oplus}$ – promień Ziemi $R_{\oplus} = 6378 \text{ km}$.

φ – szerokość geograficzna miejsca obserwacji dla Ulkowa (54.19°N , 18.65°E).

O_1, O_2 – położenie obserwatora w chwilach rejestracji pozycji Księżyca t_1, t_2 .

L – rzut przemieszczenia obserwatora D prostopadły do kierunku Ziemia Księżyc.

Z rysunku 3 możemy odczytać zależność między przemieszczeniem przestrzennym obserwatora D oraz przemieszczeniem prostopadłym, do kierunku Ziemia Księżyc L :

$$L = D \cos(90^\circ - \theta) = D \sin \theta$$

Z Δ_{ACO_2} wiemy że:

$$\theta = 180^\circ - \eta - \omega_{\oplus}(t_2 - t_g)$$

oraz z $\Delta_{O_1CO_2}$:

$$\eta = 90^\circ - \frac{1}{2}\omega_{\oplus}(t_2 - t_1)$$

więc:

$$\theta = 90^\circ + \omega_{\oplus}\left[t_g - \frac{1}{2}(t_2 - t_1)\right]$$

Końcowy wzór na przesunięcie L :

$$L = D \cos(90^\circ - \theta)$$

$$2R_{\oplus} \cos \varphi \sin\left[\frac{1}{2}\omega_{\oplus}(t_2 - t_1)\right] \cos\left[\omega_{\oplus}\left(t_g - \frac{1}{2}(t_2 - t_1)\right)\right]$$

Ostateczny wzór na odległość do Księżyca przy obserwacji nie symetrycznej w czasie od górowania Księżyca jest następujący:

$$r = \frac{2R_{\oplus} \cos \varphi \sin \left[\frac{1}{2} \omega_{\oplus} (t_2 - t_1) \right] \cos \left[\omega_{\oplus} (t_g - \frac{1}{2} (t_2 - t_1)) \right]}{\sqrt{[\omega_K (t_2 - t_1)]^2 - (\Delta \delta)^2} - \sqrt{\alpha^2 - (\Delta \delta)^2}}$$

$$r = 398\,263 \text{ km}$$

2.3 Promień Księżyca

Znając odległość do Księżyca r , oraz jego kątowny promień tarczy κ wyrażoną w radianach z prostej zależności mogą oszacować promień naszego naturalnego satelity R wykorzystując stoper oraz nitkę widoczną w polu widzenia okularu, więc:

$$r = \frac{R}{\kappa} \Rightarrow R = r\kappa$$

κ wyznaczę przy użyciu stopera, oraz korzystając z wzoru:

$$\kappa = \omega_{\odot} \times \Delta t \times \cos \delta ,$$

gdzie:

$\omega_{\odot}$ – to prędkość kątowna obrotu sfery niebieskiej,

Δt – czas,

δ –deklinacja Księżyca

Wykonuję tzw. Małą próbę $10 \leq n \leq 30$ (moje n czyli ilość pomiarów Δt wynosi 15).

Niepewność średniej wyników t_{sr} jest odchylenie standardowe średniej (liczone przeze mnie z dokładnością do 1s):

$$S_{t_{sr}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (t_i - t_{sr})^2}{n(n-1)}}$$

$$t_{sr} = 62,7[s] \pm 0,12[s]$$

$$\kappa \cong 14'46'' \pm 14''$$

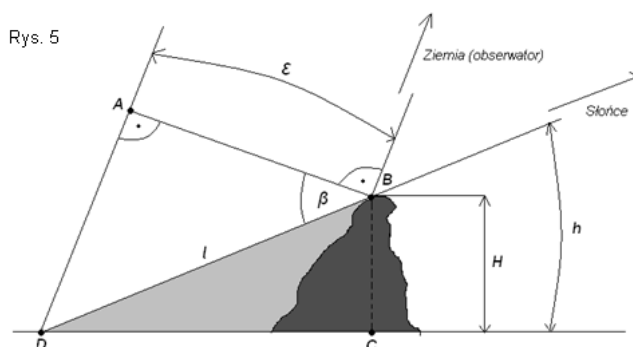
Wykorzystam pomiar odległości Ziemia-Księżyc wykonany w punkcie 2.1, pominię odchylenie standardowe średniej gdyż jest niewielkie, więc:

$$R \cong 1708,5 \text{ km}$$

3 Pomiary struktur na powierzchni Księżyca

Księżyc to ciało skaliste o zróżnicowanej budowie od ciemnych mórz, do jasnych lądów. Na Księżycu nierówności terenu (kratery, góry) rzucają cienie co jest źródłem informacji o ukształtowaniu powierzchni Srebrnego Globu. Widoczność rzucanych cieni przez kratery, góry zależy od fazy w miesiącu synodycznym trwającym ok. 29 dni 12 h. Najwyraźniej widać jest w okresie bliskim pierwszej i ostatniej kwadry, gdy układ Słońce Ziemia Księżyc tworzą trójkąt prostokątny. Najefektywniejsze i najdłuższe cienie rzucają obiekty położone w pobliżu terminatora (granicą między oświetloną a nieoświetloną częścią Księżyca, planety). Słońce w tym miejscu jest najniżej nad Księżycowym horyzontem, więc powoduje powstawanie dłuższych cieni niż w głębi lądu. Obserwowana z powierzchni Ziemi długość cienia zależy od kilku czynników: wysokości wzniesienia, kąta pod jakim patrzymy na cień, wysokości Słońca nad horyzontem oraz od ukształtowania terenu w pobliżu wzniesienia. Założę iż powierzchnia w otoczeniu wzgórza jest płaska gdyż uwzględnienie tego czynnika jest praktycznie niewykonalne. Pomiar wzgórza będzie pomiarem wysokości względem powierzchni na którą pada cień. Możemy rozważyć dwa przypadki wyznaczenia wysokości wzniesienia na Księżycu. Pierwszy będzie gdy jest on dokładnie w pierwszej lub ostatniej kwadrze, drugi gdy znajduje się między pierwszą kwadrą a pełnią i między trzecią kwadrą w nowiem w sytuacji gdy cienie na Księżycu są jeszcze dostatecznie widoczne.

3.1 Wyznaczenie wysokości wzniesienia podczas pierwszej lub ostatniej kwadry



Z Δ_{BCD} oraz Δ_{ABD} można zapisać zależności z których otrzymujemy wysokość wzniesienia na powierzchni Księżyca:

$$\Delta_{BCD} : \sin h = \frac{H}{l} \Rightarrow H = l \sin h$$

$$\Delta_{ABD} : \cos \beta = \frac{r\epsilon}{l} \Rightarrow l = \frac{r\epsilon}{\cos \beta}$$

więc:

$$H = \frac{r\epsilon}{\cos \beta} \sin h$$

Dla przypadku gdy obserwujemy Księżyc dokładnie w pierwszej lub ostatniej kwadrze $\angle\beta = 0^0$, a $\cos 0^0 = 1$. Ostateczny wzór jest następujący:

$$H = r\varepsilon_{\perp} \sin h$$

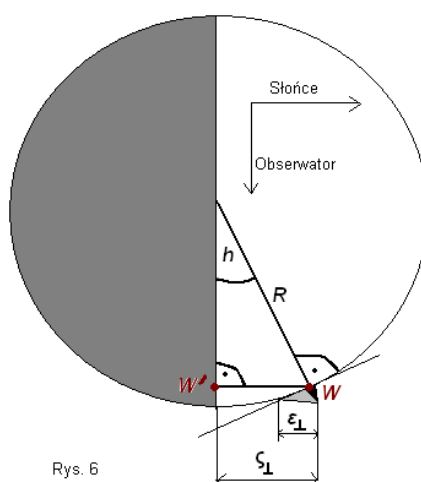
gdzie:

ε – obserwowalna długość cienia.

$\perp$ – moment gdy obserwator spogląda na układ Księżyc Słońce pod kątem prostym.

h – kątowa wysokość Słońca nad horyzontem w miejscu wzniesienia.

Dokładniej sytuację wyjaśni kolejny rysunek 6:



W tej sytuacji wysokość Słońca nad Księżycowym horyzontem jest równa kątowi między płaszczyzną terminatora a prostą która łączy środek Księżyca z wzniesieniem W, równą R, więc:

$$\sin h = \frac{|WW'|}{R} = \frac{r\zeta_{\perp}}{R} = \frac{\zeta_{\perp}}{\kappa}$$

$\zeta_{\perp}$ – kątowa odległość wzniesienia od terminatora.

$$H = r\varepsilon_{\perp} \sin h \Rightarrow r = \frac{R}{\kappa} \Rightarrow H = \frac{R}{\kappa} \varepsilon_{\perp} \sin h \Rightarrow \sinh = \frac{\zeta_{\perp}}{\kappa}$$

Po przekształceniu wzorów poniżej otrzymujemy wzór ostateczny na wysokość wzniesienia na powierzchni Księżyca w szczególnej sytuacji pierwszej lub ostatniej kwadry:

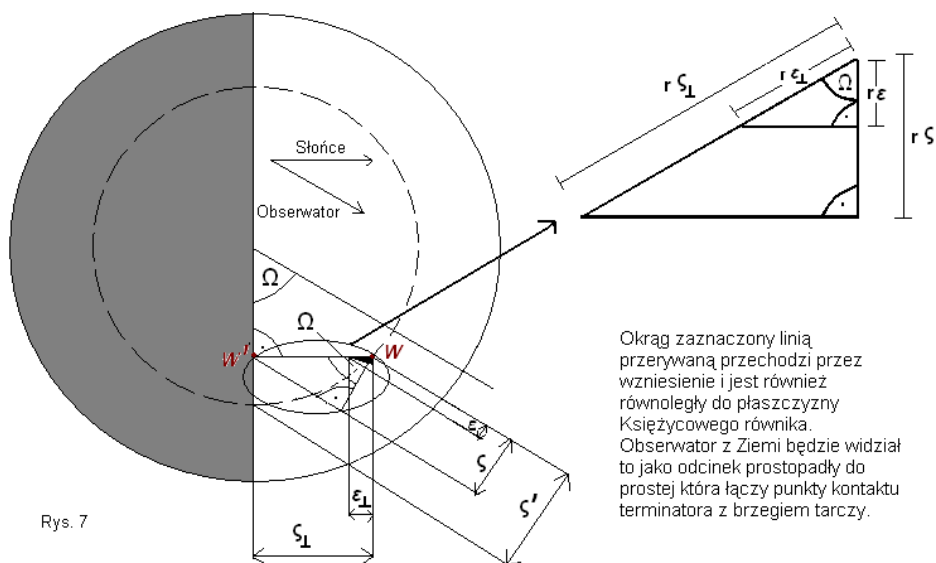
$$H = R \frac{\varepsilon_{\perp} \zeta_{\perp}}{\kappa \kappa}$$

Postanowiłem wyznaczyć parametry dwóch kraterów: Kopernik i Eratostenes, nieznacznie oddalonych od terminatora w czasie ostatniej kwadry. Są one położone na północno-zachodniej części tarczy Srebrnego Globu, oświetlonej w czasie właśnie tej fazy Księżyca.

$$H_K \cong 3 \text{ km} \Rightarrow R_K \cong 41,5 \text{ km}$$

$$H_E = 2,9 \text{ km} \Rightarrow R_E \cong 24,5 \text{ km}$$

3.2 Wyznaczenie wysokości wzniesienia dla każdej fazy Księżyca:



Wykorzystując funkcję trygonometryczną cosinus możemy ułożyć zależność:

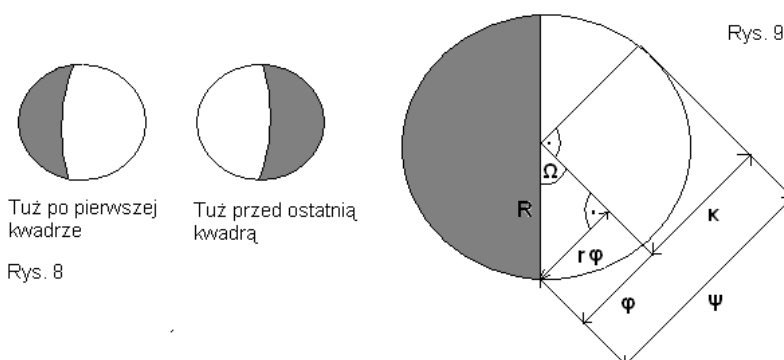
$$\cos \Omega = \frac{r_{\epsilon}}{r_{\epsilon_{\perp}}} \Rightarrow \epsilon_{\perp} = \frac{\epsilon}{\cos \Omega}, \quad \cos \Omega = \frac{r_{\zeta}}{r_{\zeta_{\perp}}} \Rightarrow \zeta_{\perp} = \frac{\zeta}{\cos \Omega}$$

Teraz możemy rozszerzyć, uogólnić nasz wzór dla wysokości wzniesienia w dowolnej chwili, dowolnej fazy Księżyca różniącej się nieznacznie od momentu pierwszej lub ostatniej kwadry:

$$H = R \frac{\epsilon}{\kappa} \frac{\zeta}{\kappa} \frac{1}{\cos \Omega^2}$$

$$H_K \cong 3,1 \text{ km}, \quad H_E \cong 3,05 \text{ km}$$

3.3 Wyznaczenie wysokości wzniesienia gdy kształt Księżyca wyraźnie różni się od półokręgu:



Gdy Księżyc znajduje się w okresach pomiędzy pierwszą kwadrą a pełnią i pomiędzy ostatnią kwadrą a nowiem i jego kształt jego tarczy różni się znacząco od okręgu zgodnie z rysunkiem 9 możemy zapisać zależność określającą wartość $\angle \Omega$:

$$\sin \Omega = \frac{r\varphi}{R} \Rightarrow \sin \Omega = \frac{\varphi}{\kappa}$$

Znając tą zależność możemy uogólnić nasz wzór na wysokość wzniesienia dla dowolnej fazy Księżyca (dowolnego $\angle \Omega$):

$\frac{\varphi}{\kappa}$ podnosimy do kwadratu, wykorzystujemy jedynkę trygonometryczną i wstawiamy uzyskaną zależność do wzoru :

$$H = R \frac{\varepsilon}{\kappa} \frac{\zeta}{\kappa} \frac{1}{\left(1 - \left(\frac{\varphi}{\kappa}\right)^2\right)}$$

Z rysunku 9 widać że $\angle \Psi = \varphi + \kappa$, więc zapiszmy wcześniejszy wzór uzależniając go od $\angle \Psi$ (z powodów praktycznych ponieważ zdecydowanie łatwiej jest wyznaczyć $\angle \Psi$ niż $\angle \varphi$):

$$1 - \left(\frac{\varphi}{\kappa}\right)^2 = 1 - \left(\frac{(\Psi - \kappa)}{\kappa}\right)^2 = 1 - \left(\frac{\Psi}{\kappa} - 1\right)^2 = 1 - \left(\frac{\Psi}{\kappa}\right)^2 + 2\frac{\Psi}{\kappa} - 1 = \frac{\Psi}{\kappa} \left(2 - \frac{\Psi}{\kappa}\right)$$

Wzór ostateczny:

$$H = R \frac{\varepsilon}{\kappa} \frac{\zeta}{\kappa} \frac{1}{\left(\frac{\Psi}{\kappa}\right) \left(2 - \frac{\Psi}{\kappa}\right)}$$

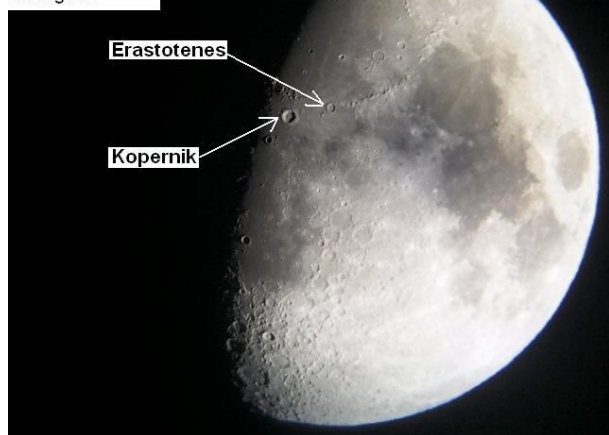
$$H_K \cong 3,1 \text{ km}, \quad H_E \cong 3 \text{ km}$$

4 Podsumowanie

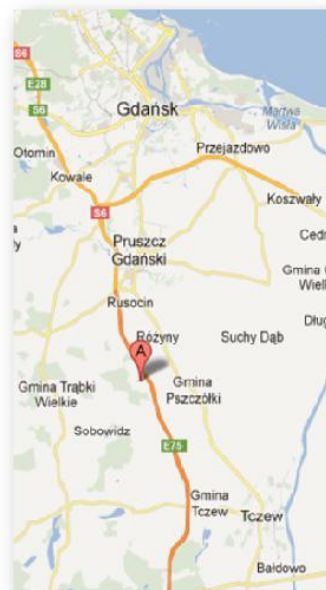
Błędy między wynikami obserwacji w czasie różnych faz Księżyca wynikają m.in. z trudności wyznaczenia dokładnego czasu ostatniej kwadry, błędów $\angle \varepsilon$, $\angle \zeta$, $\angle \Psi$, określenia granicy rozmytego terminatora. Kolejnym czynnikiem jest amatorski sprzęt, oraz błąd spowodowany niedokładnością ludzkiej reakcji. Przy powiększeniu 60 krotnym lub nawet 160 krotnym ($\frac{\text{ogniskowa teleskopu}}{\text{ogniskowa okulara}} = \text{powiększenie}$), blask Księżyca jest na tyle wysoki iż może pozornie zwiększyć jego tarczę. Trudno jednoznacznie stwierdzić kiedy obiekt przekracza krawędzi nitki lub okulara. Dane przedstawione w mojej pracy są wyznaczone na podstawie obserwacji które udało mi się przeprowadzić w grudniu ubiegłego roku. Nie mogłem ponowić obserwacji, aby sprawdzić wcześniejsze pomiary oraz aby zmniejszyć margines błędów z powodu braku odpowiedniej pogody. Uważam jednak że błędy między wartościami wyznaczonymi w tej pracy a wartościami przedstawionymi w tablicach są do zaakceptowania.

Wartości które wyzaczyłem	Wartości które otrzymałem na podstawie amatorskich obserwacji	Wartości przedstawiane w tablicach
Czas górowanie Księżyca 19.12.2012	17:12:30	17:15:42
Czas górowania Księżyca 20.12.2012	17:57:26	18:01:30
Kątowa prędkość orbitalna Księżyca	0,54°/h	0,55°/h
Czas trwania miesiąca syderycznego	27,7 doby	27,3 doby
Odległość Ziemia Księżyc 19.12.2012	401 480 km	383 906 km
Promień Księżyca	1708,5 km	1738 km
Wysokość i promień krateru Kopernik	3 km i 41,5 km	3,8 km i 46,5 km
Wysokość i promień krateru Eratostenes	2,9 km i 24,5 km	3,6 km i 29 km

02.03.2013
Faza: ok.65%
Teleskop Synta 8"
Aparat 5Mpx
Powiększenie 48x
Seeing 3/5



GSO 12"



Miejsce obserwacji: Ulkowy
Zasięg gwiazdowy: 4 mag

Autor: Mateusz Narożnik

Źródła:

- 1) „*Astronomia Ogólna*” Eugeniusz Rybka
- 2) „*Obserwacje i pomiary astronomiczne*” Andrzej Branicki
- 3) „*Astronomia w geografii*” Jan Mietelski